

SMŠ “Zijah Dizdarević” Fojnica



MATEMATIKA

Nastavni plan i program za tehničke škole

Mašinska tehnička škola
Elektrotehnička škola
Građevinska tehnička škola
Saobraćajna tehnička škola
Željeznička saobraćajna škola
Drvoprerađivačka tehnička škola
Geodetska tehnička škola
Rudarsko-geološka tehnička škola
Metalurško-tehnička škola

Primjenjuje se od 1994/95.

MATEMATIKA

Tehničke škole koje u I i II razredu imaju 4 časa matematike sedmično, radiće po nastavnom programu opće gimnazije.

- Mašinska tehnička škola
- Elektrotehnička škola
- Građevinska tehnička škola
- Saobraćajna tehnička škola
- Željeznička saobraćajna škola
- Drvoprerađivačka tehnička škola
- Geodetska tehnička škola
- Rudarsko-geološka tehnička škola
- Metalurško-tehnička škola

OPĆE NAPOMENE

Planirano fond časova po nastavnim cjelinama treba shvatiti kao orijentacioni. To znači da se za obradu sadržaja jedne teme u cjelini, ili pojedine nastavne jedinice, može upotrijebiti više ili manje časova od predloženog, što zavisi od konkretne situacije u odjeljenju. Ipak, većih odstupanja ne bi trebalo da bude s obzirom da je predviđeno vrijeme za obradu određene teme indikator značaja njenih sadržaja za ostvarivanje ciljeva i zadataka matematičkog obrazovanja u tom razredu. To posebno važi za odjeljenja u kojima se nastava matematike izvodi sa po dva časa sedmično. Međutim, u odjeljenjima sa povećanim fondom časova (3 ili eventualno 4 časa sedmično) i pored dodatnih tema, mogućnost manevrisanja je veća. U tim slučajevima već prema tome koja je tema za određene škole i određeno stručno zvanje, može se koristiti raspoloživo vrijeme za širu i dublju obradu te teme. U određenim slučajevima može biti cjelishodno da se program proširi nakom novom temom na račun neke druge predviđene teme, ako je posebno značajna za stručno obrazovanje stručnog zvanja.

1. STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA KOJI MOŽE REALIZIRATI PROGRAM MATEMATIKE:

Završen prirodno-matematički ili filozofski fakultet i stručno zvanje:

- profesor matematike
- profesor matematike sa fizikom
- profesor matematike sa nacrtom geometrijom
- profesor matematike sa informatikom.

MATEMATIKA

ZA III RAZRED SREDNJIH TEHNIČKIH ŠKOLA

(3 časa sedmično)

MAŠINSKA TEHNIČKA ŠKOLA

ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA

SAOBRAĆAJNA TEHNIČKA ŠKOLA

ŽELJEZNIČKA TEHNIČKA ŠKOLA

DRVOPRERAĐIVAČKA TEHNIČKA ŠKOLA

GRAĐEVINSKA TEHNIČKA ŠKOLA

GEODETSKA TEHNIČKA ŠKOLA

GRAFIČKA TEHNIČKA ŠKOLA

RUDARSKA TEHNIČKA ŠKOLA

METALURŠKO-VATROSTALNA TEHNIČKA ŠKOLA

MATEMATIKA

III razred

(3 časa sedmično – 108 časova godišnje)

PREGLED PROGRAMSKIH SADRŽAJA	Časova
1. Trigonometrija	20
2. Površina geometrijskih figura u ravni	10
3. Analitička geometrija u ravni	25
4. Geometrijske figure u prostoru (stereometrija)	20
5. Kombinatorika	9
6. Vjerovatnoća i statistika	16
NAPOMENA: U svakom polugodištu obavezno je uraditi po dvije jednočasovne pismene zadaće sa jednočasovnim analizama i ispravicima	8
UKUPNO:	108

III RAZRED

(3 časa sedmično – 108 časova godišnje)

ZADACI NASTAVE MATEMATIKE U III RAZREDU SU:

- da učenici prodube i prošire znanja iz trigonometrije,
- da učenici umiju rješavati trigonometrijske jednačine i nejednačine,
- da ovladaju znanjima iz oblasti izračunavanja površina geometrijskih figura u ravni,
- da steknu osnovna znanja iz analitičke geometrije, posebno o pravoj liniji i krivim drugog reda,
- da ovladaju prostornim odnosima i da što lakše uočavaju osobine geometrijskih figura,
- da upoznaju elemente kombinatorike i usvoje osnovna znanja iz vjerovatnoće i statistike.

PROGRAMSKI SADRŽAJI:

1. TRIGONOMETRIJA

(20 časova)

Adicione teoreme.

Trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i polovine ugla.

Pretvaranje zbira i razlike trigonometrijskih funkcija u proizvod, i obrnuto.

Sinusna i kosinusna teorema rješavanja kosouglog trougla.

Trigonometrijske jednačine.

Jednostavne trigonometrijske nejednačine.

2. POVRŠINA GEOMETRIJSKIH FIGURA U RAVNI

(10 časova)

Površina pravougaonika (pravokutnika), kvadrata, paralelograma. Površina trougla (trokuta), trapeza, četverougla (četverokutnika) s normalnim (okomitim) dijagonalama. Heronov obrazac. Površina mnogougla (poligona). Površina kruga, kružnog isječka, kružnog prstena i kružnog odsječka.

3. ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNI

(25 časova)

Metod koordinata, rastojanje između dvije tačke.

Podjela duži u datom omjeru. Koordinate sredine duži. Težište trougla.

Opšti oblik jednačine prave. Eksplicitni oblik jednačine prave.

Jednačina prave kroz dvije tačke.

Normalni oblik jednačine prave.

Rastojanje tačke od prave.
Odnos dviju pravih (presjek, ugao, uslov paralelnosti i normalnosti)
Pramen pravih. Jednačina pramena pravih.
Jednačina kružnice. Kvadratna jednačina i nejednačina oblika.
Položaj prave prema kružnici (presjek i uslov dodira)
Tangentna i normala krive drugog reda.
Neki sistemi dvije kvadratne jednačine. Presjek dvije krive drugog reda.

4. GEOMETRIJSKE FIGURE U PROSTORU (STEREOMETRIJA)

(20 časova)

Odnos između prave i ravni. Odnos između dvije ravni.
Diedar, rogalj i triedar.
Poliedri, pravilni poliedri. Centralna i ravanska simetrija.
Prizma, kvađar, kocka. Presjeci, površina (oplošje) i zapremina (volumen).
Piramida, presjeci, površina i zapremina.
Zarubljena (krnja) piramida. Površina i zapremina.
Rotacija oko ose. Rotacione površi (plohe).
Valjak. Pravi i kosi valjak. Presjeci, površina i zapremina pravog valjka.
Konusne površi. Kupa (stožac, konus). Prava i kosa kupa. Presjeci prave kupe. Površina i zapremina prave kupe.
Zarubljena kupa. Površina i zapremina.
Lopta (kugla) i sfera. Površina lopte i njenih dijelova.
Zapremina lopte i njenih dijelova (odsječaka i isječaka)
Primjena stečenih znanja pri rješavanju zadataka iz struke.

5. KOMBINATORIKA

(9 časova)

Uvod. Permutacije (bez ponavljanja).
Faktoriyel.
Varijacije bez ponavljanja.
Varijacije sa ponavljanja.
Kombinacije bez ponavljanja.
Njutnova binomna formula.

6. VJEROVATNOĆA I STATISTIKA

(16 časova)

Vrsta događaja. Pojam i definicija vjerovatnoće.
Uslovna vjerovatnoća. Totalna vjerovatnoća.
Složena vjerovatnoća. Slučajne promjenljive.
Zakon raspodjele, binarna raspodjela vjerovatnoće.
Matematičko očekivanje. Disperzija. Standardna devijacija.
Zakon velikih brojeva. Populacija. Uzorak. Odabiranje uzorka. Statistička raspodjela. Empirijska funkcija raspodjele. Statistička serija. Neke brojne karakteristike uzorka.

OBJAŠNJENJE I UPUTE:

1. U ovom razredu se dovršavaju izlaganja iz područja trigonometrije započeta u II razredu. U dijelu izlaganja koje se odnosi na trigonometrijske jednačine i nejednačine preporučuje se potrebna mjera.
2. U okviru ove teme fundira se pojam površine nekih ravnih figura počevši od površine pravougona. Pojam površine i obima kruga, značajni sami za sebe, predstavljaju koristan uvod u granične procese koji će biti razmatrani u narednom razredu. Ova razmatranja treba tako i shvatiti i dati im veći značaj nego računanjima vezanim za ove pojmove koja su provedena već od osnovne škole.
3. Analitička geometrija u ravni
Preporučuje se da se dokaže da jednačina $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0 \vee b \neq 0$) predstavlja pravu.
Ne treba insistirati da učenici pamte formule i njima se formalno služe (na primjer. formulu za jednačinu prave kroz dvije tačke ne treba ni davati). Korisnije je da se učenici više upoznaju s opštim postupcima pri rješavanju zadataka.

Jednačinu kružnice treba odmah izvesti u opštem obliku. Treba uvesti i jednačinu elipse, a jednačine hiperbole i parabole dati kao gotove. Uslov dodira prave i kružnice i određivanja tangente i normale elipse, hiperbole i parabole treba obraditi zajedno, a ne za svaku krivu posebno.

4. Stereometrija

Kod odnosa između osnovnih geometrijskih objekata treba dokazati nekoliko jednostavnih osobina. Centralnu i ravansku simetriju ne treba raditi posebno, već na njim ukazati kod pravilnih poliedara.

Preporučuje se da se osim istaknutih presjeka prizmi i piramida, prikaže i neki opšti ravanski presjek (na primjer. presjek zadan sa tri tačke na omotaču), crtajući ga slobodnom rukom jer to kod učenika puno doprinosi razvijanju razumijevanja prostora.

Kod obrtnog konusa treba istaći kada je ravanski presjek kružnica, kada elipsa, hiperbola, skicirajući te presjeke slobodnom rukom.

5. Elementi kombinatorike koji se ovdje izlažu ne zahtjevaju velika objašnjenja. U okviru toga dokazuje se važni binomni obrazac. Taj obrazac, a i ostali rezultati, pored ostalog, treba da posluže za ilustraciju u narednim izlaganjima o vjerovatnoći i statistici.

6. Elementarna izlaganja o vjerovatnoći i statistici ograničavaju se ovdje uglavnom na diskretne slučajeve. Nastajalo se ipak da se da nešto bolje mjesto nego što je imala u dosadašnjoj nastavi na ovom nivou (ako se izuzme baš matematičko usmjerenje).

MATEMATIKA

ZA IV RAZRED SREDNJIH TEHNIČKIH ŠKOLA

(3 časa sedmično)

MAŠINSKA TEHNIČKA ŠKOLA

ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA

GRAĐEVINSKA TEHNIČKA ŠKOLA

GEODETSKA TEHNIČKA ŠKOLA

SAOBRAĆAJNA TEHNIČKA ŠKOLA

ŽELJEZNIČKA TEHNIČKA ŠKOLA

DRVOPRERAĐIVAČKA TEHNIČKA ŠKOLA

RUDARSKA TEHNIČKA ŠKOLA

METALURŠKO-VATROSTALNA TEHNIČKA ŠKOLA

MATEMATIKA

IV razred

(3 časa sedmično – 90 časova godišnje)

PREGLED PROGRAMSKIH SADRŽAJA	Časova
1. Matematička indukcija	5
2. Trigonometrijski oblik kompleksnog broja	7
3. O skupu \mathbb{R}	3
4. Nizovi i redovi	12
5. Realne funkcije jedne promjenljive	10
6. Diferencijalni račun	25
7. Integralni račun	20
8. NAPOMENA: U svakom polugodištu obavezno je uraditi po dvije jednočasovne pismene zadaće sa jednočasovnim analizama i ispravcima	8
UKUPNO:	90

ZADACI NASTAVE MATEMATIKE U III RAZREDU SU:

- da učenici shvate i ovladaju potpunom matematičkom indukcijom,
- da usvoje trigonometrijski oblik kompleksnog broja i uoče neograničenost izvođenja računskih operacija u skupu K ,
- da upoznaju i ovladaju osnovnim pojmovima i elementima o nizovima i redovima,
- da sistematiziraju dosadašnja saznanja o funkcijama i usvoje elemente graničnih vrijednosti i neprekidnosti funkcija,
- da usvoje i ovladaju elementima diferencijalnog računa,
- da znaju primjenjivati integralni račun u izradi raznovrsnih zadataka.

PROGRAMSKI SADRŽAJI:

1. MATEMATIČKA INDUKCIJA (5 časova)

Pojam indukcije. Princip potpune matematičke indukcije. Primjene matematičke indukcije (dokazi raznih identiteta, nejednakosti, tvrdnji i djeljivosti itd.).

2. TRIGONOMETRIJSKI OBLIK KOMPLEKSNOG BROJA (7 časova)

Trigonometrijski oblik kompleksnog broja. Operacije s kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku: množenje, dijeljenje, stepenovanje (Moavrov obrazac) i korjenovanje.

3. O SKUPU \mathbb{R} (3 časova)

Podskupovi skupa \mathbb{R} . Gornja i donja granica. Supremum i infimum. Aksiom potpunosti skupa \mathbb{R} . Tačke nagomilavanja.

4. NIZOVI I REDOVI (12 časova)

Brojni niz. Aritmetička progresija. Geometrijska progresija. Interpolacija članova aritmetičke i geometrijske progresije. Složeni kamatni račun. Granična vrijednost niza. Računanje sa graničnim vrijednostima. Monotoni nizovi. Broj e . Stav o umetnutim razmacima. Pojam reda. Geometrijski red. Beskonačni decimalni razlomci kao konvergentni redovi. Neprebrojivost skupa \mathbb{R} .

5. REALNE FUNKCIJE JEDNE PROMJENLJIVE (10 časova)

Pojam realne funkcije jedne realne promjenljive. Područje definisanosti i područje vrijednosti funkcije. Grafik funkcije. Kompozicija funkcije. Osobine funkcije: ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost. Pregled elementarnih funkcija. Granična vrijednost funkcije

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Računanje sa graničnim vrijednostima funkcija. Nепrekidnost. Osobine neprekidnih funkcija. Asimptote krivih.

6. DIFERENCIJALNI RAČUN

(25 časova)

Izvod funkcije u tački. Kinematičko značenje izvoda. Tangenta i normala. Pravila diferenciranja. Izvod složene funkcije. Izvod inverzne funkcije. Izvodi osnovnih elementarnih funkcija. Pojam diferencijala. Izvodi i diferencijalni višeg reda. Primjena izvoda na zadatke o ekstremima funkcija, ispitivanje toka i crtanja grafika funkcija. Numeričko rješavanje jednačina.

7. INTEGRALNI RAČUN

(20 časova)

Primitivna funkcija i neodređeni integral. Tablica osnovnih neodređenih integrala. Osnovna pravila integracije. Metoda zamjene. Metoda parcijalne integracije. Razlaganje racionalnih funkcija na parcijalne razlomke - metoda neodređenih koeficijenata. Integracija racionalnih funkcija.

Određeni integral. Osobine određenog integrala. Njutn – Lajbnicova formula. Primjena određenog integrala na izračunavanje površine ravnih figura i dužine luka krivih (dati obrazac bez izvođenja). Zapremima i površina rotacionih tijela.

OBJAŠNJENJE I UPUTE:

1. Mnogi dokazi u matematici osnivaju se na principu potpune matematičke indukcije kojim se započinju izlaganja nastavnih sadržaja u IV razredu.
Taj princip treba istaći i protumačiti kao jedno od osnovnih svojstava skupa \mathbb{N} prirodnih brojeva, te na nekoliko važnih primjera ilustrovati kako se on koristi u dokazima tvrdnji koje se odnose na sve $n \in \mathbb{N}$.
2. Nakon što je završeno izlaganje trigonometrije, kompleksnom broju može se dati i trigonometrijski oblik. Množenje, dijeljenje, stepenovanje i korjenovanje kompleksnih brojeva prikazanih u tom obliku izvode se po jednostavnim pravilima dobijenim iz adicijonih teorema uz upotrebu potpune matematičke indukcije. Tu je mjesto da istakne mogućnost neograničenog korjenovanja u polju \mathbb{C} kompleksnih brojeva.
3. Ovdje zapravo započinje izlaganje više matematike. Za ovu i naredne teme moglo bi se reći da je uvažavano opredjeljenje da se učenici gimnazije iz ovog područja ponudi određena informacija, ali pri tome sačuva mjera koja isključuje ambiciju da se nastava ovih sadržaja iz prve godine studija izmjesti u gimnaziju.
Nakon što su u ranijim razmatranjima učenici bili djelimično izloženi iskustvu aksiomatskom mišljenju u geometriji, sada se upoznaju sa strožim pristupom u matematičkoj analizi. Aksiom potpunosti skupa \mathbb{R} koji bitno razlikuje \mathbb{R} od \mathbb{Q} ovdje se navodi u obliku: svaki neprazni podskup skupa \mathbb{R} ograničen odozgo ima najmanju gomju granicu. Eventualno se mogu dokazati i neke tvrdnje o međusobnom položaju racionalnih i iracionalnih brojeva i navesti aksiomatiku skupa \mathbb{R} .
4. Nakon razmatranja po aritmetičkoj i geometrijskoj progresiji koja su u osnovi dio školskog programa iz elementarne matematike, uvodi se pojam beskonačnog niza i važan pojam graničnog procesa. Kao granična vrijednost određenog niza uvodi se broj e pomenut u ranijim izlaganjima o logaritmima. Zatim se uvodi pojam beskonačnog reda i njegove konvergencije. Određuje se suma geometrijskog reda, a vraćanjem na prikaze kojima su zapravo uvedeni realni brojevi (još u I razredu) ovi prikazi (beskonačni decimalni razvoji) sada se prepoznaju kao beskonačni redovi. Uopšte, mnoga razmatranja ovdje pružaju priliku i obavezuju na vraćanje raznim osobinama skupa \mathbb{R} realnih brojeva, čiji se puni smisao i uloga potpunije otkrivaju. Takva je i uloga dokaza Kantorovog stava o nizu umetnutih razmaka (koji je u stvari ekvivalentan aksiomu potpunosti odabranom u t. 5).
Neprebrojivost skupa je intelektualna provokativna činjenica koja se lahko dokazuje Kantorovim postupkom dijagonalizacije bez upuštanja u tehnikalije prebrojivosti skupa \mathbb{Q} .
5. Veliki dio sadržaja ovdje predstavlja ponavljanje srodnih pojmova vezanih za funkcije. Pa i pregled

elementarnih funkcija je u stvari pregled nekih do ovog momenta upoznatih funkcija o kojima treba vršiti sistematska ponavljanja. Nov je tu važan pojam granične vrijednosti funkcije i na njemu zasnovan također vrlo važan pojam neprekidnosti.

Te pojmove treba dobro usvojiti, ovladati osnovnom tehnikom računanja s graničnim vrijednostima, te utvrditi osnovne osobine neprekidnih funkcija.

Pojam asimptote krivih, spomenut na određen način u vezi sa hiperbolom, ovdje se s mjerom razmatra u opštijoj situaciji.

6. Definicija izvoda (derivacija), koju treba precizno formulisati, motiviše se dvama problemima koji su historijski doveli do ovog temeljnog pojma (problem tangente i problem brzine). Osim upoznavanja pravila izvoda, izvoda složene i implicitne funkcije, pretpostavlja se određivanje izvoda elementarnih funkcija. Uvođenje izvoda višeg reda ne predstavlja poteškoće. Od primjena treba se ograničiti na tangente i normale jednostavnijih krivih, ispitivanje ekstrema toka jednostavnijih funkcija i crtanje njihovih grafika.
7. Integralni račun započinje se neodređenim integralom za koji se utvrđuju osnovna pravila i navode tablice nekih neodređenih integrala, te predviđaju dvije osnovne metode integracije. Zbog integrala racionalnih funkcija, predviđa se razlaganje racionalnih funkcija na parcijalne razlomke, koje se ograničava na opis metode neodređenih koeficijenata kojim se to razlaganje ostvaruje, bez ulaženja u to zašto je takvo razlaganje moguće. Tek kada se ima neka tehnika integrisanja, uvodi se pojam određenog integrala, utvrđuju njegove osnovne osobine, otkriva fundamentalna veza tog integrala sa neodređenim integralom, tj. veza integralnog i diferencijalnog računa (u obliku Njutn - Lajbnicove formule).